

Trente exemples mathématiques

Stage de Schiltigheim

04/12/2008

exe 1 Multiplication, points

C'est magique : la hauteur des points s'adapte à la situation

On multiplie les nombres $1, 2, 3, \dots, n$ ce qui donne $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$

On multiplie les nombres $1, 2, 3, \dots, n$ ce qui donne
 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$

exe 2 Utiliser des majuscules calligraphiques

Le plan \mathcal{P} est orthogonal à la droite \mathcal{D}

Le plan \mathscr{P} est orthogonal à la droite \mathscr{D}

exe 3 D'autres majuscules calligraphiques

Étudier l'intersection des courbes C_f et C_g

Étudier l'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g

exe 4 Empilement

$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 + 3$

$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 + 3$

exe 5 Un premier troll

Doit-on écrire $x \in \mathbb{R}$ ou $x \in \mathbf{R}$?

Doit-on écrire $x \in \mathbb{R}$ ou $x \in \mathbf{R}$?

exe 6 Intégrale en mode *ligne* Attention au *troll*

Doit-on écrire $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ ou $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$?

Doit-on écrire $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2} dx$
ou $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2} dx$?

exe 7 Intégrale en mode *hors-texte*

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta \quad \text{ou} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta$$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta$ ou $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta$

exe 8 Il ne faut pas le faire, mais...

On considère $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta$

On considère $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta$

exe 9 Le signe inférieur ou égal « à la française »

$$-1 \leq \frac{2x}{x^2+1} \leq 1$$

$-1 \leq \frac{2x}{x^2+1} \leq 1$

exe 10 limites en mode *hors-texte*

On obtient facilement

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x^2}{1+x^3} = 0$$

On obtient facilement $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x^2}{1+x^3} = 0$

exe 11 limites en mode *ligne*

On obtient facilement $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x^2}{1+x^3} = 0$ avec les règle du cours.

On obtient facilement
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x^2}{1+x^3} = 0$ avec les règle du cours.

exe 12 Il n'est pas recommandé de le faire, mais...

On obtient facilement $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x^2}{1+x^3} = 0$ avec les règle du cours.

On obtient facilement
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+x^2}{1+x^3} = 0$ avec les règle du cours.

exe 13 Empilement

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{1+x^2}{x-1} = +\infty$$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1+x^2}{x-1} = +\infty$

exe 14 Pour ne pas confondre l et 1

On en déduit que $l = 1$

On en déduit que $l = 1$

exe 15 Utiliser un opérateur déjà défini

La suite u définie par $u_n = \sin \ln n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ est dense dans $[-1; 1]$

La suite u définie par $u_n = \sin \ln n$ avec
 $n \in \mathbb{N}^*$ est dense dans $[-1; 1]$

exe 16 Définir un nouvel opérateur, encadrer un résultat

$$\boxed{\text{card}(\Omega) = P_n(x)}$$

```
%dans le préambule
%\DeclareMathOperator{\card}{card}
$\boxed{\text{card}(\Omega)=P_n(x)}$
```

exe 17 faire une somme ou un produit en mode *ligne*

La relation $\ln\left(\prod_{k=0}^n(1+k)\right) = \sum_{k=0}^n \ln(1+k)$ est-elle vraie ?

La relation $\ln\left(\prod_{k=0}^n(1+k)\right) = \sum_{k=0}^n \ln(1+k)$ est-elle vraie ?

exe 18 faire une somme ou un produit en mode *hors-texte*

La relation

$$\ln\left(\prod_{k=0}^n(1+k)\right) = \sum_{k=0}^n \ln(1+k)$$

est-elle vraie ?

La relation $\ln\left(\prod_{k=0}^n(1+k)\right) = \sum_{k=0}^n \ln(1+k)$ est-elle vraie ?

exe 19 Mettre en gras des mathématiques

$$\ln\left(\prod_{k=0}^n(1+k)\right) = \sum_{k=0}^n \ln(1+k)$$

```
\boldmath
\ln\left(\prod_{k=0}^n(1+k)\right) = \sum_{k=0}^n \ln(1+k)
\unboldmath
```

exe 20 Simplifier

On peut simplifier $\frac{\cancel{(b-a)}(a^2 + ab + b^2)}{\cancel{(b-a)}(b+a)}$

```
%dans le préambule \usepackage{cancel}
On peut simplifier
\quad $\dfrac{\cancel{(b-a)}(a^2+ab+b^2)}{\cancel{(b-a)}(b+a)}$
```

exe 21 Obtenir un i ou un j sans point

$$1 + j + \bar{j} = 0 \quad \text{car} \quad j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$$

$1 + j + \bar{j} = 0$
 $\text{\quad car \quad } j = \mathrm{e}^{\frac{2i\pi}{3}}$

exe 22 Produit scalaire ou simple

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} \perp \vec{v}$$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} \perp \vec{v}$

exe 23 Autre exemple avec un vecteur

Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})
Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

exe 24 Une autre façon de faire des vecteurs

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

%Dans le préambule \usepackage[e]{esvect}
Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

exe 25 Pour égaliser la hauteur des flèches. Je ne suis pas sur que c'est une bonne idée. La commande $\{\}$ crée une boîte vide qui a les mêmes dimensions que celle son argument alors que la commande \backslashvphantom{truc} crée une boîte de largeur nulle et de même hauteur que celle contenant son argument.

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

%Dans le préambule \usepackage{esvect}
Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

exe 26 Racine, valeur absolue et norme.

$$d(M, \mathcal{P}) = \|\overrightarrow{KM}\| = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{d} \left(M, \mathcal{P} \right) \right] \\ &= \mathbf{Vert} \overrightarrow{KM} \\ &= \frac{|\mathbf{ax}_0 + \mathbf{by}_0 + \mathbf{cz}_0 + \mathbf{d}|}{\sqrt{\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 + \mathbf{c}^2}} \end{aligned}$$

exe 27 Accolades

$$S = \{-2; 2\} \cap \{0; 3\} = \emptyset$$

$$\mathcal{S} = \{-2; 2\} \cap \{0; 3\} = \emptyset$$

exe 28 Matrices

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} M^2 &= \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \\ &\mathbf{end{pmatrix}} \end{aligned}$$

exe 29 Vecteur de l'espace

$$\text{Le vecteur } \vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ est normal au plan.}$$

$$\text{Le vecteur } \mathbf{vec{u}} \left(\mathbf{\begin{smallmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{smallmatrix}} \right) \mathbf{quad} \text{ est normal au plan.}$$

exe 30 Combinatoire

$$\binom{8}{5} = \frac{8!}{5!3!}$$

$$\backslash\backslash\text{binom}\{8\}\{5\}=\backslash\text{frac}\{8!\}\{5!3!\}\backslash\backslash$$

exe 31 regroupement

$$x^2 + 8x + 20 = \underbrace{x^2 + 8x + 16}_{\text{identité remarquable}} + 4$$

$$\backslash[x^2+8x+20=\backslash\text{underbrace}\{x^2+8x+16\}_{\text{\small identité remarquable}}\}+4\backslash$$